Шифр: 11-15

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
физика
2019/2020
Ленинградская область

Район Сосновый Бор

Школа 8

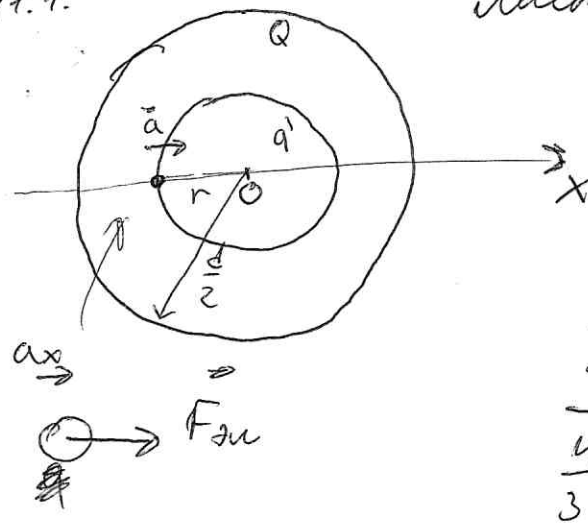
Класс 11

ФИО Андреенко Николай Владимирович

№11.1. Лист 1/4

11-15

Эта система гармоническ[их] колебаний, центром колебаний (точкой равновесия) будет центр шара.



1	2	3	4	5	Σ
	6	0	0	7.5	21.5

$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi \frac{d^3}{8}} = \frac{q'}{Q}$$

По шару равномерно распределён заряд Q

$$\Rightarrow q' = Q\frac{8r^3}{d^3}$$ – участок шара, который действует на частицу, если она на расстоянии r от центра.

Рассмотрим диполь на расстоянии r ($x=-r$):

$$\frac{kqq'}{(r+l)^2} \leftarrow \underset{-q}{\circ} \; l \; \underset{q^+}{\circ} \rightarrow \frac{kqq'}{r^2}$$

внутренние силы уничтожаются (не будут приносить вклад в изменение энергии частицы)

$$F_{эл\,дип} = \frac{kqq'}{r^2} - \frac{kqq'}{(r+l)^2} =$$

$$= kqq'\frac{(r^2 + \overset{мало}{\cancel{l^2}} + 2rl - r^2)}{r^2(r+l)^2} = \frac{8kQr^{\cancel{3}}\cdot q\cdot 2rl}{d^3\cancel{r^2}(r^2+2rl)} =$$

$$= \frac{16kQqr^2l}{d^3(r^2+2rl)} = \frac{16kQqrl}{d^3(r+\underset{мало}{\cancel{2l}})} = \frac{16kQql}{d^3} = 2ma$$

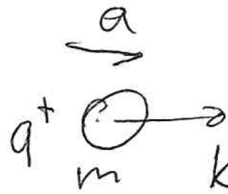
$$a = \frac{8kQql}{d^3m}$$

Значит сила $F_{эл.дип.}$ примерно не зависит от x

Тогда ($\frac{d}{2}$ за $\frac{t_g}{2}$ времени)

$$\frac{d}{\cancel{2}} = \frac{a t_g^2}{\cancel{2}\,4} \qquad d = \frac{8kQql}{d^3m}\frac{t_g^2}{4} = \frac{2kQql\,t_g^2}{d^3m}$$

для одного шарика на r; $x=-r$



$$\frac{kqq^*}{r^2}$$

$$ma_x = \frac{kq\cdot Q\cdot 8r^{\cancel{3}}}{d^3\cdot\cancel{r^2}} =$$

$$= \frac{kqQ\cdot 8r}{d^3} = \frac{kqQ\cdot 8x}{d^3}$$

Отсюда $\frac{kqQ\cdot 8}{d^3 m} = \omega^2$ колеблющувся система

1б

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad t_\omega = \frac{T}{2} = \frac{\pi}{\omega} = \pi\sqrt{\frac{d^3 m}{8kqQ}}$$

0.5б

$$8\frac{t_\omega^2}{\pi^2} = \frac{d^3 m}{\cancel{8}kqQ}$$

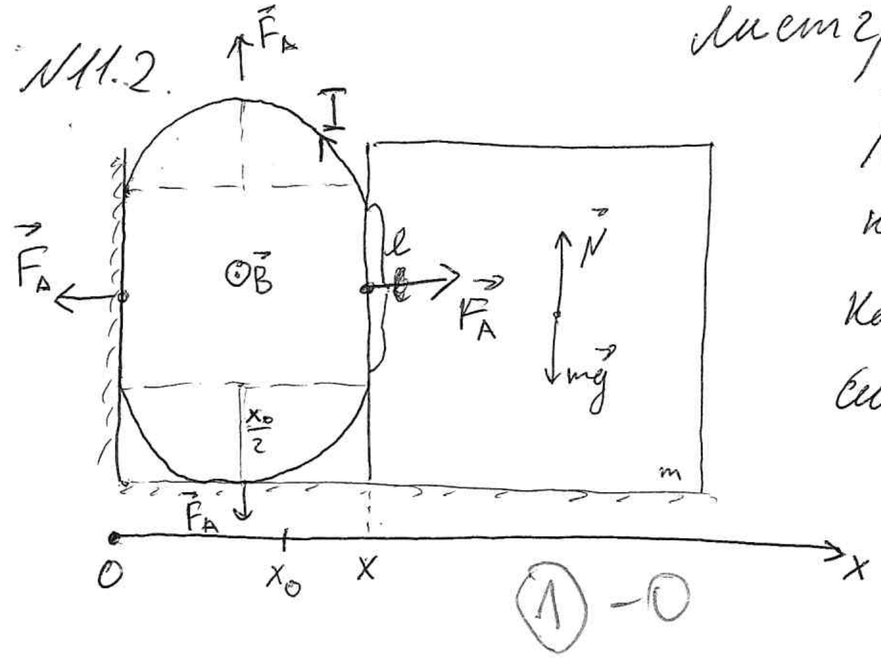
$$d = 2\frac{kqQ}{d^3 m}\cdot l\cdot t_g^2 = \cancel{\frac{2\cdot 8t_\omega^2}{\pi^2}\cdot l\cdot t_g^2}$$

$$\cancel{l = \frac{d\pi^2}{16t_\omega^2\cdot t_g^2}}$$

$$= \overset{1}{\cancel{8}}\,l t_g^2\cdot\frac{\pi^2}{\underset{4}{\cancel{8}}t_\omega^2} = l\cdot\frac{\pi^2 t_g^2}{4t_\omega^2} \Rightarrow l = d\cdot\left(\frac{2t_\omega}{\pi\cdot t_g}\right)^2$$

Ответ: $d\cdot\left(\frac{2t_\omega}{\pi t_g}\right)^2$ 1б

№11.2 Лист 2/4 11-15



$\vec{N} = m\vec{g}$, т.к. куб не прыгает.

На провод действует сила ~~Лоренц~~ Ампера

$F_A = BIl$

(Определяется правилом левой руки)

① - 0

На куб со стороны провода действует соответственно сила F_A (по горизонтали)

F_A постоянна и будет действовать пока провод не раскроется в окружность (т.е. когд $x = \frac{L}{\pi}$) ③ - 1

$F_A = const$, (изменение магнитного потока и возникновения магн. индукции не учитываем т.к не даны эл. характеристики провода

Наш провод в процессе можно разбить на три части: две полуокружности (их сумм. длина равна $2\pi \frac{x}{2} = \pi x$) и параллельные прямые (длина $2l$)

P.S. силы Ампера действующие на полуокружности взаимоуничтожатся)

$$L = \pi x + 2l \Rightarrow l = \frac{L - \pi x}{2}$$ ② - 1

$$F_A = BI\,\frac{L - \pi x}{2}$$ ④ - 2

Напишем ЗСИ для малого Δx, где F_A, т.е l не меняется

$$F_A(x)\Delta x = \frac{mV_k^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2}$$

проинтегрируем обе стороны:

$$\int_{x_0}^{\frac{L}{\pi}} \frac{BI}{2}(L - \pi x)\,dx = \frac{mV_k^2}{2}$$

P.S.: После того как $x = \frac{L}{\pi}$ провод будет стремиться сжаться обратно, поэтому в $x = \frac{L}{\pi}$ скорость куб приобретёт максимальную.

$$\frac{BIL}{2}\int_{x_0}^{\frac{L}{\pi}} dx - \frac{BI\pi}{2}\int_{x_0}^{\frac{L}{\pi}} x\,dx = \frac{m v_k^2}{2}$$

$$\frac{BIL}{\cancel{2}}\left(\frac{L}{\pi}-x_0\right) - \frac{BI\pi}{\cancel{2}}\left(\frac{L^2}{2\pi^2}-\frac{x_0^2}{2}\right) = \frac{m v_k^2}{\cancel{2}}$$

$$\frac{BIL^2}{\pi} - BILx_0 - \frac{BIL^2}{2\pi} + \frac{BI\pi x_0^2}{2} = m v_k^2$$

$$v_k = \sqrt{\frac{1}{m}\left(\frac{BIL^2}{2\pi} + \frac{BI\pi x_0^2}{2} - BILx_0\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{BI}{m}\left(\frac{L^2}{2\pi} + \frac{\pi x_0^2}{2} - Lx_0\right)} = \sqrt{\frac{BI}{m}}\cdot\left(\frac{L}{\sqrt{2\pi}} - \frac{x_0\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\right)$$

Найдем время t_m: a будет константа, т.к $F_A = const$

куб прошёл $\frac{L}{\pi} - x_0$

$$\frac{L}{\pi} - x_0 = \frac{v_k^2 - v_0^2}{2a}, \quad v_0 = 0$$

$$a = \frac{v_k^2}{2\left(\frac{L}{\pi}-x_0\right)} \qquad a = \frac{v_k - v_0}{t_m}, \quad v_0 = 0 \qquad t_m = \frac{v_k}{a} =$$

$$= \frac{v_k}{v_k^2}\, 2\left(\frac{L}{\pi}-x_0\right) = \frac{2\left(\frac{L}{\pi}-x_0\right)\sqrt{m}}{\sqrt{BI}\left(\frac{L}{\sqrt{2\pi}} - \frac{x_0\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\right)}$$

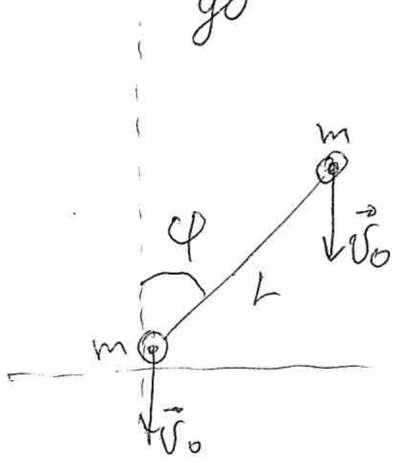
Ответ: 1) $\sqrt{\frac{BI}{m}}\left(\frac{L}{\sqrt{2\pi}} - \frac{x_0\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\right)$

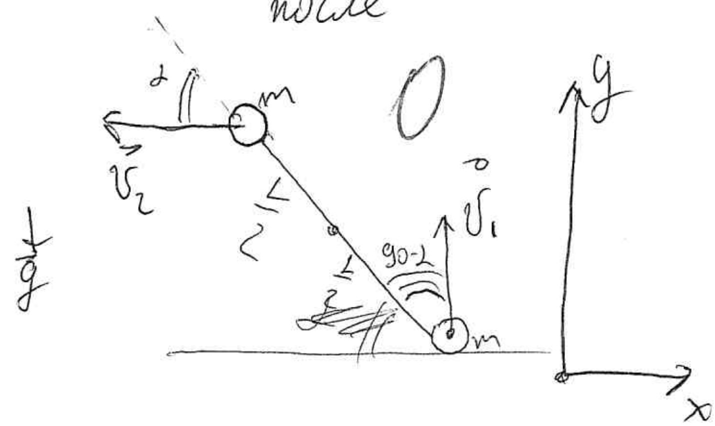
2) $\frac{2\sqrt{m}\left(\frac{L}{\pi}-x_0\right)}{\sqrt{BI}\left(\frac{L}{\sqrt{2\pi}} - \frac{x_0\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}\right)}$

Дано: L, v_0

1) v_c - ? ω - ?

2) φ - ?





$$2m\vec{v}_0 = m\vec{v}_2 + m\vec{v}_1 \text{ (удар упругий)}$$

$$v_2 \cos\alpha = v_1 \cos(90-\alpha)$$

$v_c = v_2 \cos\alpha = v_1 \sin\alpha$ (I) (стержень нерастяжим)

Если стержень вращается, то

$v_1 \cancel{\cos} \sin(90-\alpha) = v_2 \sin\alpha$ (угловая скорость одинакова и расстояния от центра тоже)

$\omega \frac{L}{2} = v_1 \cos\alpha = v_2 \sin\alpha$ (II)

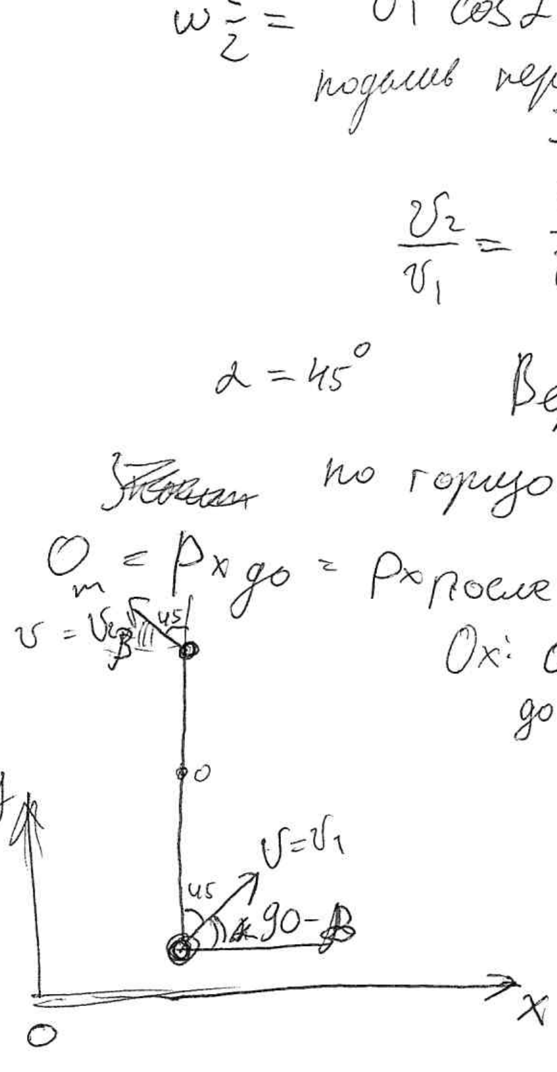
поделив первое на второе получим:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow v_2 = v_1 = v, \text{ а значит } \cos\alpha = \sin\alpha, \text{ т.е.}$$

$\alpha = 45^\circ$ Вернёмся к ЗСИ:

~~Итак~~ по горизонтали у нас силы не действовали:

$0 = P_x$ до $= P_x$ после



Ox: $0 = m v_1 \cos(90-\beta) - m v_2 \cos\beta$

$\cos\beta = \sin\beta$ $\Downarrow$ $\beta = 45^\circ$

β - угол между v_2 и горизонтал

Т.е. стержень стал перпендикулярен земле сразу после удара

$Oy: 2mV_0 = m2V\cos 45^\circ = \sqrt{2}Vm \Rightarrow$

$$\Rightarrow V = \frac{2V_0}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}V_0$$

Значит $V_c = V\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}V_0}{\sqrt{2}} = V_0$

$\omega\frac{L}{2} = V\sin 45^\circ = V_0 \Rightarrow \omega = \frac{2V_0}{L}$

Напишем ЗСЭ: $\frac{2mV_0^2}{2} + mL\cos\varphi g = \frac{2m\cdot(\sqrt{2}V_0)^2}{2} + mgL$

$$mV_0^2 + mLg(\cos\varphi - 1) = 2mV_0^2$$

$$Lg(\cos\varphi - 1) = V_0^2$$

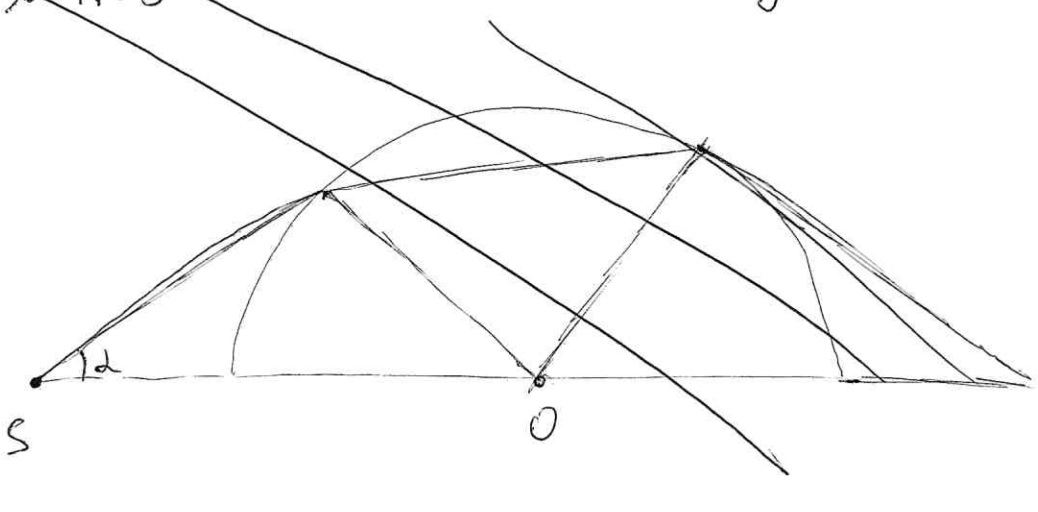
$$\cos\varphi = \frac{V_0^2}{Lg} + 1$$

Ответ: 1) $V_c = V_0$ —

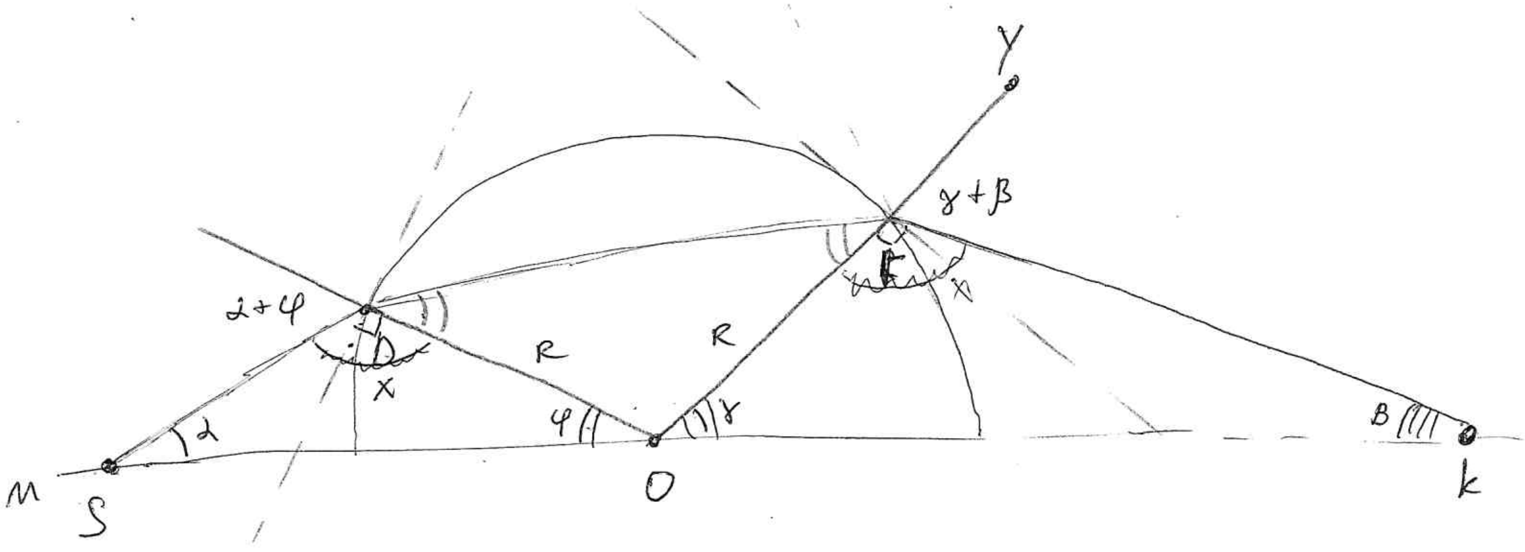
$\omega = \frac{2V_0}{L}$ —

2) $\cos\varphi = \frac{V_0^2}{Lg} + 1$ —

№17.5



№11.5 мелочи 11-15



1) $\angle FDO = \angle DFO$ (равнобедр. треугольник)

$$\frac{\sin(\alpha+\varphi)}{\sin\angle FDO} = 2 \qquad \frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin\angle DFO} = 2$$ закон преломления

1 - 0.5

2 - 0

$$\Downarrow$$

$$\sin(\alpha+\varphi) = \sin(\gamma+\beta) \Rightarrow \alpha+\varphi = \gamma+\beta \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle SDO = \angle OFK = x$$

3 - 1

$\triangle SDO$ и $\triangle OFK$:

Теор sinусов

$\triangle SDO$:

$$\frac{\sin\alpha}{R} = \frac{\sin x}{SO}$$

$\triangle OFD$

$$\frac{\sin\beta}{R} = \frac{\sin x}{Ok}$$

поделим друг на друга:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{Ok}{SO} \Rightarrow Ok = SO\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

4 - 1

$$Sk = l = SO\left(1+\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}\right) \Rightarrow SO = \frac{l\sin\beta}{\sin\beta+\sin\alpha}$$

5 - 1

6 - 1

2) $\sin\alpha = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\beta = \sin 30° = \frac{1}{2}$

$$SO = \frac{l \cdot \sin\beta}{\sin\beta + \sin\alpha} = \frac{10 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}+1} \text{ см} \approx 3{,}66 \text{см}$$

Рассмотрим SDFK:

сумма углов равна 360°

$\angle SDF + \angle DFK = 360° - \alpha - \beta = 270°$

$\angle SDF = \angle DFK \Rightarrow \frac{270°}{2} = 135°$

$\angle OFK = x$

$\sin\angle OFK = \sin\angle YFK = \sin x$

$135° - x = \angle DFO$

$\sin x = 2\sin\angle DFO = 2\sin(135° - x)$

$\sin x = 2(\sin 135° \cos x - \sin x \cos 135°)$

$\sin x = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos x + \frac{\sqrt{2}}{2}\sin x\right)$

$\sin x = \sqrt{2}\cos x + \sqrt{2}\sin x$

$\sin x(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2}\cos x$

$tg x = \frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}} = -\frac{1{,}41}{0{,}41} \approx -3{,}44$ (7) - 1

$arctg x = 106{,}21°$

(8) - 0

$\sin x = 0{,}96$

$\triangle SDO$:

$\frac{\sin x}{SO} = \frac{\sin\alpha}{R} \Rightarrow R = \frac{\sin\alpha}{\sin x} SO \approx 3{,}3 \text{см}$ (9) - 1

(10) - 1

Ответ: 1) $SO = \frac{l\sin\beta}{\sin\alpha + \sin\beta}$ 2) $SO = 3{,}66$ см; $R = 3{,}3$ см